Mátrix-vektor feladatok

Összeállította dr. Salánki József egyetemi adjunktus
Begépelte Dr. Dudás László és Bálint Gusztáv

1. feladat

Adottak az n elemű $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vektorok.

Képezni kell a $\boldsymbol{c}$ vektort, ahol $c_i = b_i / \Sigma(a_i)$, $(i = 0,1,\ldots, n-1)$

Írassa ki a $\boldsymbol{c}$ vektort normál és fordított sorendben is!

2. feladat

Adottak az n elemű $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vektorok.

Képezni kell q értékét, mint súlyozott átlagot: $q = \Sigma(a_i \cdot b_i) / \Sigma(a_i)$, $(i = 0,1,\ldots, n-1)$

Írassa ki a q értéket!

3. feladat

Adott az n elemű $\boldsymbol{a}$ vektor. Meg kell határozni ennek abszolút értékét (hosszát) az

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{\sum a_i^2} \qquad (i = 0,1,\ldots, n-1)$$

képlet alapján. Majd képezni kell az $\boldsymbol{a}^0$ egységvektort az

$$a_i^0 = \frac{a_i}{|\boldsymbol{a}|} \qquad (i = 0,1,\ldots, n-1)$$

képlet alapján. Írassa ki az egységvektor elemeit!

4. feladat

Adott az n elemű $\boldsymbol{d}$ vektor. Meg kell határozni ennek legnagyobb elemét ($dmax$), majd képezni kell a $\boldsymbol{c}$ vektort, melynek kiszámítása a

$$c_i = d_i / dmax, \qquad (i = 0,1,\ldots, n-1)$$

képlettel történik. Írassa ki a $\boldsymbol{c}$ vektort!

5. feladat

Adottak az n elemű $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{e}$ vektorok. Képezni kell az $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{d} - \boldsymbol{e}$ különbségvektort és annak abszolút értékét:

$$|\boldsymbol{f}| = \sqrt{\sum f_i^2} \qquad (i = 0,1,\ldots, n\text{-}1)$$

Írassa ki az abszolút értéket!

6. feladat

Adottak az *n* elemű ***a***, ***b*** vektorok. Bontsa fel a ***b*** vektort ***a***-val párhuzamos, illetve arra merőleges összetevőkre a következő képletek szerint:

$$\boldsymbol{b}_{\mathrm{a\_parh}} = \left(\boldsymbol{a}^0 \cdot \boldsymbol{b}\right) \cdot \boldsymbol{a}^0 \qquad \text{és} \qquad \boldsymbol{b}_{\mathrm{a\_mer}} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{b}_{\mathrm{a\_parh}}\,.$$

Ahol $\boldsymbol{a}^0$ az ***a*** irányú egységvektor:

$$a_i^0 = \frac{a_i}{|\boldsymbol{a}|} \qquad (i = 0,1,\ldots, n\text{-}1)$$

Írassa ki a két összetevővektor koordinátáit!

7. feladat

Adottak az ***a*** és ***c*** egymásra állítólag merőleges vektorok, továbbá egy *E* hibakorlát. Ellenőrizze, hogy ***a*** és ***c*** valóban merőlegesek-e az *E* hibakorláton belül, azaz teljesül-e az $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}| < E$ feltétel.
$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$ a két vektor skaláris szorzatát jelenti, | | az abszolút értéket.

8. feladat

Adottak az *n* elemű ***a***, ***b***, ***c*** vektorok.
Meg kell számlálni, hogy a ***c*** vektor hány eleménél teljesül az

$$a_i < c_i < b_i \qquad (i = 0,1,\ldots,n\text{-}1)$$

feltétel. Adja meg még a feltételt kielégítő c_i elemek összegét is!

9. feladat

Adott ***a*** vektor esetében meg kell határozni annak legkisebb (*a_min*) és legnagyobb(*a_max*) elemét, majd képezni kell olyan ***b*** vektort, melynek elemei

$$b_i = a_i \cdot 100/(a\_max - a\_min) \qquad (i = 0,1,\ldots,n\text{-}1)$$

összefüggés alapján számíthatók ki. Írassa ki ***b*** elemeit!

10. feladat

Adottak az n elemű $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ vektorok, melyek elemei rendre egy meteorológiai állomáson mért reggeli, déli és esti hőmérsékletek. Elő kell állítani és kiíratni a napi középhőmérsékletek n elemű $\boldsymbol{t}$ vektorát, továbbá az n napos periódus $t_{átl}$ középhőmérséklet átlagát.

11. feladat

Az n elemű adott $\boldsymbol{a}$ vektor elemei rendre az n éves időszak egyes éveiben elért termelési értékeket jelentik. Az a_0 elemet bázisnak tekintve képezze azon n-1 elemű $\boldsymbol{b}$ vektor elemeit, amely az $\boldsymbol{a}$ vektor elemeinek relatív változásait fejezi ki százalékos formában:

$$b_0 = 100; \qquad b_i = \frac{(a_{i+1} - a_i)\cdot 100}{a_i}, \qquad (i = 0,1,\ldots,n\text{-}2)$$

12. feladat

Adottak az n elemű $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{d}$ vektorok. Határozza meg a $\boldsymbol{b}$ vektort, melynek elemei

$$b_i = a_i - d_i$$

összefüggés alapján számíthatók, továbbá a $\boldsymbol{b}$ vektor *bmax* legnagyobb és *bmin* legkisebb elemét és azok i_{bmax} és i_{bmin} indexét ($i = 0,1,\ldots,n\text{-}1$).

13. feladat

Adott $\boldsymbol{R}$ mátrix és $\boldsymbol{a}$ vektor esetében meg kell határozni azon újabb $\boldsymbol{S}$ mátrixot, amely az $\boldsymbol{R}$ mátrixból adódik, miután mindegyik sorából az $\boldsymbol{a}$ vektor levonásra kerül.

Megjegyzések:
1.A sor, oszlop méreteket billentyűzetről kérje be!
2.Ügyeljen a méret-egyezésre, hogy az említett kivonás elvégezhető legyen!
3.Az adatbevitelt lehet véletlenszám-generátorral végeztetni, hogy könnyebben tesztelhető legyen a program.

14. feladat

Adott $\boldsymbol{U}$ négyzetes mátrix és illeszkedő hosszú $\boldsymbol{d}$ vektor esetén határozza meg az $\boldsymbol{e}$ vektort, melynek elemei

$$e_i = d_i - \sum_{k=0}^{n-1} u_{ik} \qquad (i = 0,1,\ldots,n\text{-}1)$$

15. feladat

Adott ***T*** mátrix esetén meg kell határozni mindegyik sor maximális elemét, majd azzal a szóban forgó sor elemeit rendre elosztani. Az eredmény ***T***-ben keletkezzen!

16. feladat

Adott ***R*** mátrix és s továbbá q valós értékek ($s < q$) esetén meg kell számlálni, hogy az ***R*** mátrix hány elemére, illetve mely elemeire *nem* teljesül az $s < r_{ik} < q$ egyenlőtlenség-pár. (r_{ik} jelenti az ***R*** mátrix i,k indexű tagját.)

Megjegyzések:
1. Az ***R*** mátrix méretét (m,n) billentyűzetről kérje be, valamint az s,q értékeket is!
2. Bekéréskor ellenőrizze, hogy $s < q$.
3. Az ***R*** mátrix elemeit véletlenszám-generátorral adja meg, hogy a program tesztelése ne legyen olyan fáradságos.
4. Az, hogy "mely elemeire", az illető elem indexeinek (i és k) megadását jelenti. ($i = 0,1,\ldots,m\text{-}1$; $k = 0,1,\ldots,n\text{-}1$)

17. feladat

Adott, egész véletlenszámokkal feltöltött ***M*** mátrix esetén a mátrix páratlan elemeit sorra írassa ki. ***M*** méretét billentyűzetről kérje be.

18. feladat

Adott ***T*** (pozitív elemű) mátrix és ***g*** (pozitív elemű) vektor esetén határozza meg soronként azt a d_i számot, amely megmutatja, hogy legfeljebb hányszor (egész érték) lehet kivonni a mátrix adott sorából a ***g*** vektort úgy, hogy ne adódjon negatív elem a mátrix i indexű sorában?

19. feladat

Adott ***U*** mátrix továbbá ***d*** vektor esetén meg kell határozni soronként, hogy a szóban forgó i. sorban hányszor teljesül az

$$u_{ik} > d_k \qquad\qquad (i,k = 0,1,\ldots,n\text{-}1)$$

egyenlőtlenség. Az eredményt az ***e*** vektorban tárolja, majd írassa ki!

20. feladat

Adott ***T*** mátrix és ***b*** vektor esetén képezni kell a ***c*** vektort, melynek elemei a $c_i = b_i / \Sigma(t_{ik})$ összefüggés alapján számíthatók. ($i = 0,1,\ldots,m\text{-}1$; $k = 0,1,\ldots,n\text{-}1$)

21. feladat

Adott kompatibilis ***R*** és ***T*** mátrixok esetén képezni kell az ***U***= ***R***·***T*** szorzatmátrixot. ***U*** elemeit írassa ki mátrix alakban formázva.

22. feladat

Adott ***R*** mátrix és ***a*** vektor esetén képezni kell azon ***U*** mátrixot, melynek u_{ik} eleme az r_{ik} / a_i hányados egész része ($i,k = 0,1,...n\text{-}1$).
U elemeit írassa ki mátrix alakban formázva. ($i = 0,1,...,m\text{-}1$, $k = 0,1,...,n\text{-}1$)

23. feladat

Adott ***U*** mátrix és l korlátérték esetén meg kell határozni azon ***R*** mátrixot, amelynek elemei az $r_{ik} = u_{ik} \cdot 100 / l$ összefüggés alapján számíthatók. Határozza meg az ily módon kapott ***R*** mátrix elemeinek maximumát is. ($i = 0,1,...,m\text{-}1$, $k = 0,1,...,n\text{-}1$)

24. feladat

Adott ***V*** mátrix esetén meg kell határozni azon ***T*** mátrixot, amelynek elemei rendre

$$t_{ik} = (v_{ik}-v_{i1})*100/v_{i1} \qquad (i = 0,1,...,m\text{-}1,\ k = 0,1,...,n\text{-}1)$$

összefüggés alapján számíthatók. ***T*** elemeit írassa ki mátrix alakban formázva.

25. feladat

Egy adott időszakban n számú vállalat egymással folytatott adás-vétel forgalmát egy ***R*** négyzetes mátrix tartalmazza, amelynek r_{ik} eleme az i-edik eladó és a k-adik vevő közötti vásárlás értékét jelenti forintban. E mátrix elemeinek soronkénti összege egy vállalat összes eladásának, oszloponkénti összege pedig az összes vásárlásának nagyságát fejezi ki. Hány vállalat eladásainak összege haladja meg a vásárlásait és melyek ezek a vállalatok (index-szel azonosítva)?
(Megj.: az említett mátrix főátlójának minden eleme 0.)

26. feladat

Egy ***T*** technológiai mátrix t_{ik} eleme az i-edik erőforrás (nyersanyag, gépóra, élő munkaerő, stb.) szükségletet fejezi ki a k-adik termék egyetlen egységének (darab, tonna, stb.) előállításához ($i = 0,1,...,m\text{-}1$, $k = 0,1,...,n\text{-}1$).
Adott h_k ($k = 0,1,...,n\text{-}1$) megrendelés-vektor teljesítéséhez határozza meg a c_i összesített erőforrás-szükségleteket ($i = 0,1,...,m\text{-}1$) erőforrásonként!

27. feladat

Egy többféle termékre vonatkozó megrendelés legyártásához szükséges ***e*** összesített erőforrás mennyiség vektor e_i elemei jelentik az i-edik erőforrás szükségletet (i = 0,1,...,m-1). Adottak továbbá az erőforrások a_i egységárai. Értékelni kell, hogy melyik erőforrás 1%-os csökkentése következményeként csökken legnagyobb mértékben a megrendelés összesített önköltsége.

28. feladat

Adott ***T*** technológiai mátrix t_{ik} eleme a k-adik termék egy egységének előállításához szükséges mennyiséget jelenti az i-edik erőforrásból (i = 0,1,...,m-1, k = 0,1,...,n-1), a_i pedig annak egységárát. Ezek alapján megállapíthatók az egyes termékek q_k önköltségei (k = 0,1,...,n-1).
Készítsen programot, melyben bármely erőforrás-egységár módosítható, és a program azonnal mutatja a módosítás hatására megváltozó termék-önköltségeket!

29. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] bruttó bére (i = 0,1,...,m-1). Bizonyos q pénzösszeget a bruttó bérek arányában kell felosztani a dolgozók között. Mekkora c_i pótlékot és mekkora új b_i bruttó bért jelent ez az egyes dolgozók számára?

30. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] bruttó bére (i = 0,1,...,m-1). Közülük mindenki azonos nagyságú s [Ft] pótlólagos juttatásban részesül. Mekkora c_i (%) többletjövedelmet jelent ez dolgozónként a saját korábbi fizetésükhöz viszonyítva?

31. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] évi összes bruttó bére (i = 0,1,...,m-1), továbbá egy n-elemü ***g*** vektor, melynek elemei rendre az adósávhatárokat jelentik.
Meg kell határozni dolgozónként, hogy évi bruttó fizetésük alapján hányadik adósávba tartoznak, és mekkora összegű c_i pótlólagos juttatásban részesithetők, hogy még ne lépjenek át a következő adósávba.

32. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] éves összes bruttó bére, c_i pótlólagos juttatása, (i = 0,1,...,m-1), továbbá azon g_k [Ft] korlát nagysága, amelyen túl változik a jövedelemadó-százalék kulcsértéke, h_k pedig a jövedelemadó-százalék kulcsot jelenti a k-adik adósávban (k = 0,1,...,n-1). A jövedelemadó-százalék kulcs függvény egy több g_k törésponttal rendelkező, monoton emelkedő tört lineáris függvény. Kérdés, dolgozónként mekkora összeggel növekedett az adó a pótlólagos juttatás következtében?

33. feladat

Ismeretes m dolgozó b_i [Ft] éves összes bruttó bére (i = 0,1,...,m-1), továbbá dolgozónként bérbesorolásának a_i [Ft] alsó-, illetve f_i [Ft] felső kategória határa. Meg kell határozni dolgozónként, hogy bérbeállása hány százalékos a saját kategóriahatárai között? (a_i-nek 0%-os, f_i-nek 100%-os bérbeállási százalék felel meg.)

34. feladat

Adott $m \cdot n$ méretű $\boldsymbol{T}$ mátrix oszlopainak elemeit nagyság szerint csökkenő rendbe kell rendezni (i = 0,1,...,m-1, k = 0,1,...,n-1). Meg kell határozni a mátrix

$$\max_{i} \sum_{k=0}^{n} |t_{ik}|$$

normáját rendezés előtt és után.

35. feladat

Egy m számú tehergépkocsiból álló park jövedelmezőségét gépkocsinként n-napos időszakra rendelkezésre álló adatokkal jellemezzük a $\boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{Z}$ mátrixokban adott adatokkal:

t_{ik}: szállításteljesítmény (tonna km)
w_{ik}: pénzbevétel (Ft)
z_{ik}: üzemeltetési kiadás (Ft)

az i-edik kocsinál a k-adik napon.
Gépkocsinként meg kell határozni az egy tonnakilométerre eső nyereség n-napos időszakra átlagban adódó e_i mutatószámát (i = 0,1,...,m-1, k = 0,1,...,n-1). (nyereség = bevétel-kiadás)