Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Alkalmazott Informatikai Tanszék

TTVI Termelésterv és vállalatirányítás

2013/14 1. félév
4. Előadás

Dr. Kulcsár Gyula

egyetemi docens

Matematikai modellek a termelés tervezésében és irányításában

Néhány fontosabb modell és módszer:

- lineáris programozás
- diszkrét programozás
  - hátizsák feladat
  - az utazó ügynök feladata
  - hozzárendelési feladat
- termelésprogramozási módszerek (gyakorlaton ismertetett algoritmusok)

Lineáris programozás

Alkalmazási példák:

1. Egy gyár bizonyos időszakra szóló termelési feladatának meghatározása
   - gyártott mennyiségek meghatározása terméktípusonként
   - erőforráskorlátok és egyéb korlátozások betartása
   - elérhető profit maximalizálása
2. Technológiai folyamat-alternatívák kiválasztása
   - technológiai folyamat-alternatívák kijelölése feladatonként
   - kapacitáskorlátok és egyéb korlátozások betartása
   - összköltség minimalizálása

Lineáris programozás

Matematikai alapmodell:

x_j változók (valós számok),
c_j, b_i, a_{ij} konstansok (valós számok),
n, m konstansok (természetes számok)

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, (i = 1,2,\ldots,m)$$

$$x_j \ge 0 \, (j = 1,2,\ldots,n)$$

Lineáris programozás

1. Egy gyár bizonyos időszakra szóló termelési feladatának meghatározása

Matematikai alapmodell értelmezése:

j a terméktípus azonosítója

x_j a j. terméktípusból gyártandó mennyiség

n a terméktípusok száma

c_j a j. terméktípus egységnyi gyártott mennyiségén keletkező haszon

i az erőforrástípus azonosítója

a_{ij} a j. terméktípus egységnyi gyártásához szükséges erőforrásigény az i. erőforrástípus esetén

b_i az i. erőforrástípus kapacitáskorlátja

m az erőforrástípusok száma

További feltételek is figyelembe vehetők,
a feladat lényege nem változik.

Lineáris programozási feladatok megoldása Matlab segítségével

Modell:

$$\min_x f^T x \text{ such that } \begin{cases} A \cdot x \le b, \\ Aeq \cdot x = beq, \\ lb \le x \le ub. \end{cases}$$

f, x, b, beq,
A, Aeq mátrixok.

Megoldás:

```
x = linprog(f,A,b)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
[x,fval] = linprog(...)
```

Nemfolytonos modellek

Nemfolytonos modell:

a feladatban az ismeretlenek egy része, vagy az összes ismeretlen csak diszkrét értékeket vehet fel.

Megkülönböztethető

- tiszta diszkrét típusú,
- vegyes diszkrét típusú modell.

Alkalmazásuk indokai:

- Bizonyos változók esetében a folytonos érték nem értelmezhető (pl.: nem osztható termékek gyártási mennyisége, sorozatnagysága stb.).
- A folytonos optimum kerekítésével kapott érték távol eshet a diszkrét optimumtól.
- Minőségi és mennyiségi döntések szétválasztása.

Diszkrét programozás

Tipikus példa az ún. Hátizsák feladat:

- csődarabolás
- szűkkeresztmetszet vizsgálata (gyártás, logisztika stb.)

A Hátizsák feladat matematikai alapmodellje:

x_j változók (bináris számok),

c_j, a_j, n, b konstansok (természetes számok)

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \le b$$

$$x_j \in \{0,1\} \, (j = 1,2,\ldots,n)$$

Diszkrét programozás (folyt.)

Továbbfejlesztett modell:

- x_j változók
- c_j, a_{ij}, b_i, n, m konstansok
- x, c, b vektorok
- A mátrix
- B_n n-elemű bináris vektorok halmaza

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, (i = 1,2,\ldots,m)$$

$$x_j \in \{0,1\} \, (j = 1,2,\ldots,n)$$

$$c^T x \to \max$$

$$Ax \le b$$

$$x \in B_n$$

Vegyes diszkrét programozás

Általánosított modell:

- n, m konstansok
- x, y, c, d, b vektorok
- A, B mátrixok

$$\boxed{\begin{aligned} & c^T x + d^T y \to \max \\ & Ax + By \le b \\ & x_i \ge 0 (i = 1,2,\ldots,n) \\ & y \in B_n \end{aligned}}$$

Az utazó ügynök feladata

Tipikus példa:

- Termelésütemezés (gépátállítási idők)
- Anyagmozgatás (szállítási idők)

$$P = (i_1, i_2, \ldots, i_n, i_{n+1} = i_1)$$

$$\min_P \sum_{j=1}^{n} c_{i_j i_{j+1}}$$

Az utazó ügynök módosított feladata

Tipikus példa:

- Termelésütemezés (gépátállítási idők és műveleti idők)
- Anyagmozgatás (szállítási idők és szállítási korlátok)

$$P_1, P_2, \ldots, P_m$$

$$\bigcup_{k=1}^{m} P_k = \{1, \ldots, n\}$$

$$P_l \bigcap P_k = \{i_0\} \text{és} l \neq k$$

$$\sum_{j \in P_k} q_j \leq G \min \text{den}(k = 1, 2, \ldots, m)$$

$$\min_{(P_1, \ldots, P_m)} \sum_{k=1}^{m} D_k$$

Hozzárendelési feladat

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \min \text{ den}(i = 1,2,\ldots,n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \min \text{ den}(j = 1,2,\ldots,n)$$

Köszönöm a figyelmet!

Az előadásvázlat elérhető az alábbi webcímen:
http://ait.iit.uni-miskolc.hu/~kulcsar/serv06.htm