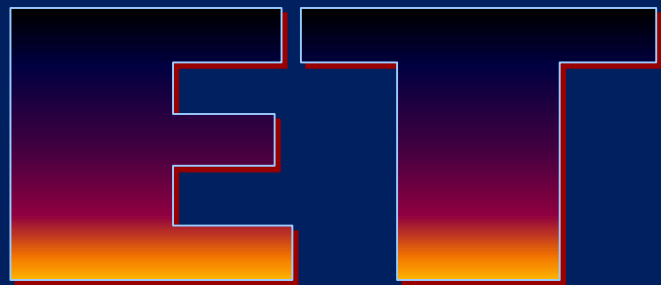


Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Informatikai Intézet
Alkalmazott Informatikai Intézeti Tanszék



Erőforrás tervezés Resource Planning

2017/18 2. félév

2. rész

Dr. Kulcsárné Dr. Forrai Mónika egyetemi adjunktus
Dr. Kulcsár Gyula egyetemi docens

Erőforrás tervezés

Ütemezéssel kapcsolatos
alapfogalmak

Optimalizálás (Optimization)

Egy rendszerben olyan intézkedéseket teszünk, amelyekkel maximális hatást érünk el.

Az optimalizálandó rendszer összetevői:

- Korlátozások
- Célfüggvények
- Döntési változók

Ütemezés

Elvégzendő munkák kiosztása rendelkezésre álló erőforrások között.

A munkák és erőforrások típusai különbözőek lehetnek és erősen függnnek az aktuálisan vizsgált szituációtól.

Az ütemezési feladatok **kombinatorikus optimalizálási problémákhoz** vezetnek, amelyekben az előzetesen meghatározott célfüggvény vagy célfüggvények szélsőértékét (minimumát vagy maximumát) eredményező megoldás megkeresésére törekszünk az előírt korlátfeltételek betartása mellett.

Alkalmazási területek

- Termelés és gyártás
 - o termeléstervezés
 - o termelésütemezés
 - o termelésprogramozás
 - o gyártásirányítás
 - o munkaerő ütemezés
 - o szerszámok, készülékek ütemezése stb.
- Szolgáltatások
 - o Helyfoglalás (szállás, légi közlekedés)
 - o Egészségügyi szolgáltatások (kórházi operációk) ütemezése stb.

Alkalmazási területek (folyt.)

- Logisztika, szállítás és elosztás
 - o Járműkiosztás
 - o Útvonaltervezés
 - o Raktárirányítás
 - o Menetrendek generálása

- Információfeldolgozás és kommunikáció
 - o Processzorok, szerverek terhelése
 - o Folyamatok ütemezése
 - o Információforrások elérése stb.

Alkalmazási területek (folyt.)

- Menedzsment
 - o Projektütemezés
 - o Szervezetek irányítása stb.
- Időbeosztás
 - o Oktatási tevékenységek ütemezése, órarendgenerálás
 - o Sportesemények ütemezése, stb.
- Karbantartás
 - o Felvonók karbantartásának ütemezése
 - o Összetett rendszerek karbantartásának ütemezése, stb.

Ütemezési feladatok jellemzői

Munka (Job):

A munka elvégzendő műveletek (operációk) halmaza. A termelésütemezési feladatokban a munka adott számú munkadarab együttesét jelenti. Az adott munkadarab-halmazon előre definiált műveleteket kell elvégezni (a technológiai tervben megadott módon).

A munkák Jelölése: J_i ($i=1,2,\dots,n$).

A J szimbólum jelenti a munkát (job). Az alsó indexben szereplő i a futóindex, n a munkák számát jelölő szimbólum.

Ütemezési feladatok jellemzői

Erőforrás (Resource):

Az ütemezési feladatban szereplő erőforrások (gépek, dolgozók, munkahelyek stb.) képesek elvégezni a szükséges műveleteket a munkadarabokon, ezáltal végrehajtják a munkákhoz tartozó operációkat. Az ütemezési feladatok esetében az erőforrás valós vagy virtuális "gép" (machine) entitással jellemezhető.

Az erőforrás jelölése: M_r ($r=1,2,\dots,m$).

Az M szimbólum jelenti az erőforrást (gépet). Az alsó indexben szereplő r a futóindex, m az erőforrások számát jelölő szimbólum.

Ütemezési feladatok jellemzői

Operáció (Operation):

Az ütemezés alapegysége. Adott munka adott művelete, amely egy alkalmas gépen végrehajtható.

Szokásos jelölése: $O_{i,j}$ ($i=1,2,\dots,n; j=1,2,n_i$).

Az $O_{i,j}$ szimbólum jelenti az i munka j operációját.

Az n szimbólum jelenti a munkák számát, az n_i szimbólum az i munkához tartozó operációk számát fejezi ki.

Ütemezési feladatok jellemzői

Műveleti idő:

Adott az operációk elvégzésének időtartama időegységekben mérve.

A műveleti idő szokásos jelölése: $p_{i,j}$ ($i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n_i$).

Ha egy adott operáció egynél több erőforráson is elvégezhető, akkor az alkalmas erőforrások halmaza a következőképpen jelölhető:

$$\mu_{i,j} \subseteq \{M_1, \dots, M_m\}.$$

Ha a műveleti idő függ a választott erőforrástól, akkor formálisan ezt a következőképpen jelöljük:

$$p_{i,j,k} \quad (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n_i; M_k \in \mu_{i,j})$$

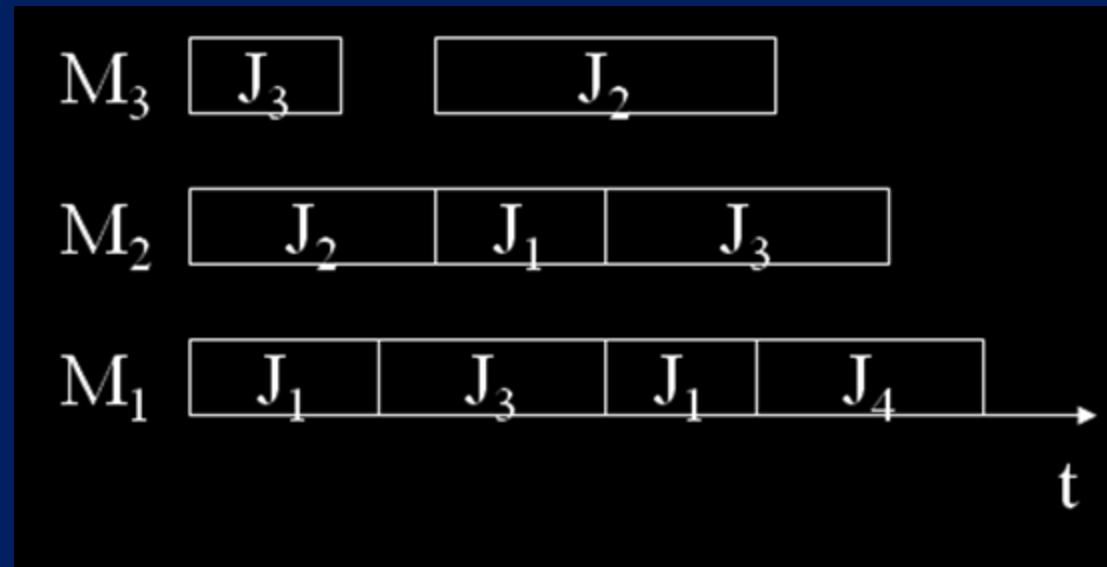
Ütemterv reprezentálása

A *Gantt diagramok* a munkák operációinak adott gépeken történő időbeli végrehajtását jelenítik meg grafikus formában. A grafikus elemek sokfélék lehetnek (vonalak, téglalapok, különböző feliratozási stílusok, színek, kitöltési effektusok stb.).

Elrendezését tekintve két alaptípust különböztethetünk meg:

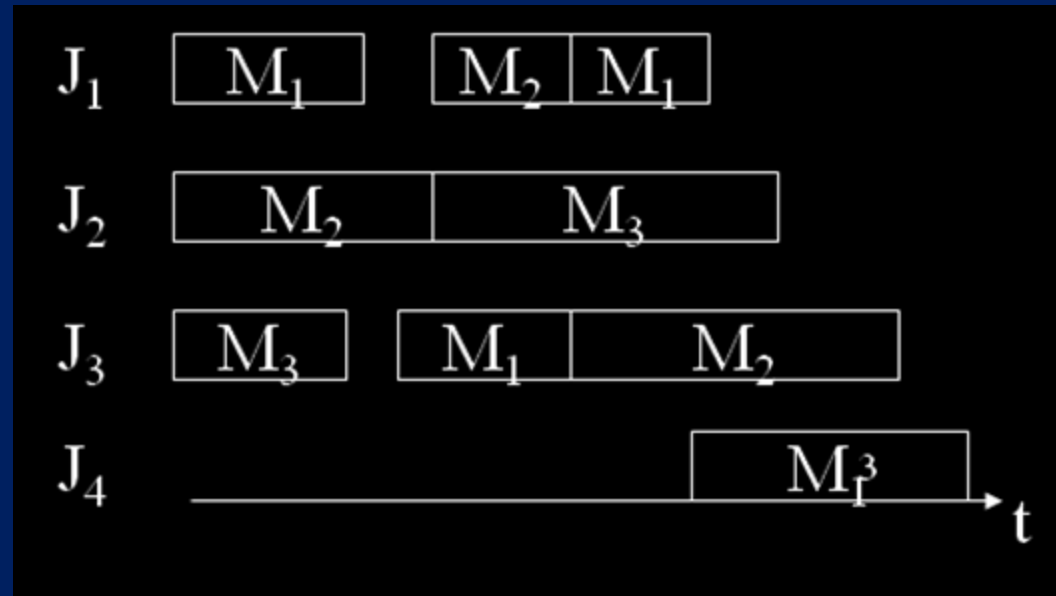
- Gépekre vonatkozó diagram (Machine-oriented chart)
- Munkákra vonatkozó diagram (Job-oriented chart)

Ütemterv reprezentálása (Machine-oriented chart)



A diagram függőleges tengelyén a gépek, vízszintes tengelyén az idő van feltüntetve. A diagram téglalapokból áll, egy téglalap az adott gépen egy adott munka adott operációjának végrehajtását jelenti. A rendezőelvet a gépeken egymás után következő operációk grafikus ábrázolása jelenti.

Ütemterv reprezentálása (Job-oriented chart)



A diagram függőleges tengelyén a munkák, vízszintes tengelyén az idő van feltüntetve. A diagram téglalapokból áll, egy téglalap az adott munka egy adott operációjának adott gépen történő végrehajtását jelenti. A egyes munkák egymás után következő operációinak áttekinthető ábrázolása jelenti a rendezőelvet.

Gyártásütemezési feladatok megoldásának lépései

1. A gyártási folyamatok vizsgálata, analízise:

Műveletek, technológiai lépések, végrehajtási jellemzők, erőforrások, képességek, alternatívák, korlátozások vizsgálata.

2. Az ütemezési feladatok modellezése:

Erőforrás-környezet, operációk és kapcsolataik modellezése.

Munkák végrehajtási jellemzőinek és korlátozásainak modellezése.

Ütemezési célok (célfüggvények) modellezése.

Gyártásütemezési feladatok megoldásának lépései

3. Hatékony megoldási módszerek kidolgozása:

Alkalmazható algoritmusok kiválasztása vagy új algoritmus tervezése.
Implementálás, tesztelés és értékelés.
Továbbfejlesztés, finomhangolás.

4. Alkalmazás:

Szoftverfejlesztés, integráció, tesztelés.
Telepítés, konfigurálás, oktatás.

Diszkrét gyártási környezetben felmerülő (SFS) műhelyszintű ütemezési feladatok jellemző vonásai

- Az ütemezés fő entitásai a munkák (Job), amelyek meghatározott munkadarabok meghatározott számú példányának legyártására irányulnak, és előírások vonatkozhatnak a munkák legkorábbi megkezdésének illetve legkésőbbi befejezésének időpontjára.
- A gyártási folyamatok legalább egy, vagy több, a végrehajtás során egymást követő műveletből (operation) állnak, amelyek meghatározott műveleti idővel rendelkeznek. A termelés diszkrét voltából fakadóan egy fizikai munkadarabon egyidejűleg csak egy definiált művelet folyhat, meghatározott munkahelyen, amely lehet gépi vagy akár kézi is.

Diszkrét gyártási környezetben felmerülő (SFS) műhelyszintű ütemezési feladatok jellemző vonásai

- Egy meghatározott munkahelyen, (gépen) egyidejűleg csak egy (vagy több, de diszkrét és véges számú, azonos) munkadarabon folyhat ugyanaz a művelet. A munkahelyek között a munkadarabok műveletközi tárolókban várakozhatnak. A munkahelyeknek és a műveletközi tárolóknak definiált kapacitása van.
- A termelés célja a rendelések (azaz a kiadott munkák) hiánytalan megvalósítása. Az ütemezés célja a műveletek és az erőforrások egymáshoz rendelése, valamint a gépek feladatainak olyan időbeli vagy sorrendi ütemezése, hogy a termelés valamennyi korlátozó feltételeinek teljesülése mellett valamely, az ütemezéstől függő célfüggvény optimális értékű legyen.

Erőforrás tervezés

Ütemezési feladatok

Ütemezési feladatok és modellek

Ütemezési modellek alaptípusai:

- Prediktív ütemezés
- Reaktív ütemezés
- Proaktív ütemezés

Prediktív ütemezés

Az ütemezési feladat megoldása előidejű, a döntési változók aktuális értékei az érintett folyamatok elindítása előtt beállításra kerülnek. A feladatok részletei *előzetesen ismertek és pontos adatok*. Az alapadatok időben nem változnak.

Ide tartoznak például:

- az egyszerű ütemezési szabályok,
- az összetett szabályok és felépítő jellegű heurisztikus algoritmusok,
- kereső algoritmusok, stb.

Reaktív ütemezés

Az ütemezési feladat megoldását az irányítandó rendszer folyamataival egyidejűleg kell elkészíteni. A döntési változók aktuális értékeit az érintett folyamatok futásával egyidejűleg kell beállítani. A feladatokhoz *kapcsolódó adatok egy része előzetesen is ismert*, viszont *vannak olyan információk amelyek időben változhatnak* (pl.: a munkák menetközben is érkezhettek).

A reaktív ütemezés jellegzetes megoldási módszere a *prioritás-alapú szabályok alkalmazása*. A menedzsmet különböző elvárásainak megfelelő szabálybázis kerül kialakításra, az ütemező rendszer a kiválasztott szabály vagy szabályok alapján működik.

Proaktív ütemezés

Proaktív ütemezés esetén *rendszeresen*, bizonyos időközönként, *adott időszakra előre az előző ütemezett időszakkal részleges átfedésben* (pl.: minden munkanap elején, három napos intervallumra) *előállítjuk a tervezett finomprogramot*. Közben *beavatkozásra* akkor van szükség, ha valamilyen *előre nem tervezett esemény vagy események* bekövetkezésének hatására (pl. erőforráskiesés, prioritásváltozás stb.) *szükségessé* válik a végrehajtás alatt álló *finomprogram módosítása, vagy új ütemterv készítése*. Az *újraütemezés* során a megváltozott szituációból és az aktuálisan futó ütemtervből kiindulva készül el a módosított ütemterv. A megoldás keresése során az elvárt teljesítménymutatókon túl további járulékos mutatókat is figyelembe kell venni, amelyek a változás mértékét próbálják minimalizálni (pl. gépátállítások száma, technológiai útvonal változások stb.).

Proaktív ütemezés

A *proaktív ütemezés jellegzetes megoldási módszere a többcélú keresési algoritmusok és szimuláció kombinált alkalmazása*. A proaktív ütemező rendszer elengedhetetlen funkcionális komponense a zárolási modul, amely a részleges módosítások kereteit állítja be. Meghatározott gépek, munkák, időszakok zárolásával elérhető, hogy az ütemterv zárolt részei változatlanok maradjanak.

A *proaktív ütemezés* fontos sajátossága, hogy előretékintő szemléletet is magában foglal. Például amennyiben a határidős munkákat késés nélkül beütemezte, akkor arra is figyel, hogy az ütemezett időszak végén olyan állapotot vegyen fel a gyártórendszer, amely már a következő időszakra való rákészülést is magában foglalja (pl. készletszintek, szerszámelőkészítések stb.).

Ütemezési feladatok osztályozása

Az ütemezésről szóló nagyszámú szakirodalom az osztályozás tekintetében nem egységes.

- Használják osztályozásokat, amelyek csak **két jellemző tulajdonság** csoporttal írják le a feladatokat (a változók és korlátozások, valamint a célfüggvények tulajdonságai).
- **A leggyakoribb a háromelemes osztályozás**, amely az erőforrásokat és azok bejárását elválasztja az egyéb változók és korlátozások leírásától.
- További megközelítések ennél **finomabb felosztást** is használnak. Léteznek négy vagy több elemre alapozott formális osztályozások is.

Négy elemes osztályozás

A négy sajátosságot alapul vevő megközelítésben egy ütemezési feladat egy négyes (tuple), amelynek elemei véges számú diszkrét értékeket vehetnek fel. A négyes szempontrendszer központi entitásai a következők:

1. A munkák és tulajdonságaik.
2. Az operációk és tulajdonságaik.
3. A gépek (erőforrások) és tulajdonságaik.
4. Az ütemezési célok és elvárások.

Három elemes osztályozás: $\alpha|\beta|\gamma$

Egy ütemezési feladat rövid formális leírása során három alapvető kérdéskört kell megválaszolni:

- α - többértékű mező (szimbólumlista) jelenti az erőforrás-környezetet (machine environment), amely megadja az ütemezési feladatban szereplő erőforrások (gépek) jellemző tulajdonságait és a közöttük lévő kapcsolatrendszer, különös tekintettel az operációk végrehajtásának jellemzőire.
- β - többértékű mező (szimbólumlista) jelenti a munkák jellemzőit (job characteristics), amely megadja a munkákra vonatkozó korlátozásokat és végrehajtási jellemzőket.
- γ - a célfüggvényt vagy célfüggvényeket kijelölő szimbólumlista.

Az erőforrás-környezet jellemzése

$\alpha = \alpha_1 \alpha_2$ kételemű szimbólumlista.

$\alpha_1 \in \{\circ, P, Q, R, F, FF, J, FJ, O, X, G, MPM\dots\}$ az erőforrás-környezet szimbóluma .

A \circ szimbólum üresen hagyott mezőt jelent, ez egygépes esetben használatos. A szimbólumok jelentésének kifejtésére később kerül sor.

α_2 jelöli az erőforrások számát ($\circ, 1, 2, \dots, k$).

Az egész szám konkrét darabszámú gépet jelent.

A k szimbólum tetszőleges de választás után rögzített számú gépet jelent.

A \circ szimbólum üresen hagyott mezőt jelent, ilyen esetben a gépek száma tetszőleges lehet.

Az erőforrás-környezet jellemzése

Egyoperációs erőforrás-környezetek:

- Egygépes modell
- Párhuzamosan működő gépek modellje

Többoperációs erőforrás-környezetek:

- Egyutas modell (Flow Shop)
- Rugalmas egyutas (Flexible Flow Shop)
- Többutas (Job Shop)
- Rugalmas többutas (Flexible Job Shop)
- Nyitott műhely modellje (Open Shop)
- Vegyes műhely modell (Mixed Shop)
- Általánosított műhely modell (General Shop)

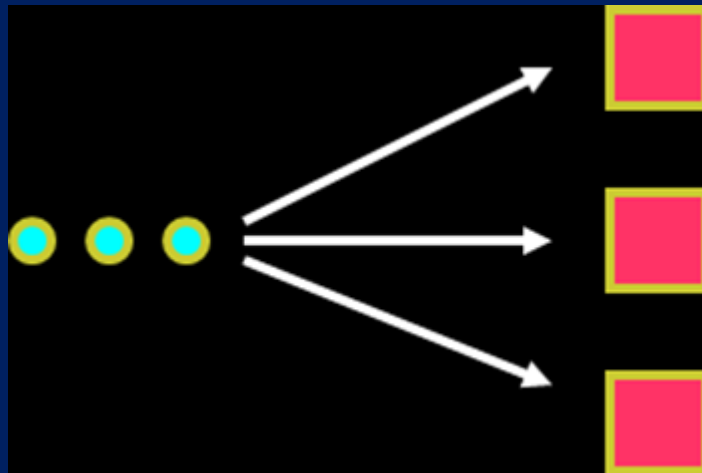
Egyoperációs erőforrás-környezetek

Minden munkán egyetlen operációt kell elvégezni.

- Egygépes modell: Egy dedikált erőforrás végzi el minden munkán az operációt. Jelölése: $\alpha = 1$



- Párhuzamosan működő gépek modellje: Több gép dolgozhat párhuzamosan különböző munkákon.



Párhuzamosan működő gépek modellje

A gépek képességeitől függő változatok az alábbiak lehetnek:

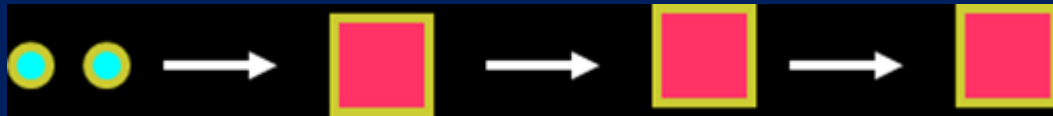
- **Teljesen egyenértékű gépek** (identical parallel machines): A J_i munka műveleti ideje az M_r gépen csak a munkától függ ($p_{i,r} = p_i$).
Jelölése: $\alpha_1 = P$
- **Eltérő sebességű gépek** (uniform parallel machines): A J_i munka műveleti ideje az M_r gépen $p_{i,r} = p_i / s_r$ alakban írható fel, ahol a p_i csak a munkától függ, s_r az M_r gép sebessége.
Jelölése: $\alpha_1 = Q$
- **Független gépek** (unrelated parallel machines): A J_i munka műveleti ideje az M_r gépen $p_{i,r} = p_i / s_{i,r}$ alakban írható fel, ahol a p_i csak a munkától függ, $s_{i,r}$ az M_r gép sebessége a J_i munka esetében.
Jelölése: $\alpha_1 = R$

Egyutas modell (Flow Shop)

A munkák operációinak száma és végrehajtási sorrendje minden munka esetében azonos.

Az operációkat rendre egy-egy dedikált gépen lehet elvégezni.

Jelölése: $\alpha_1 = F$

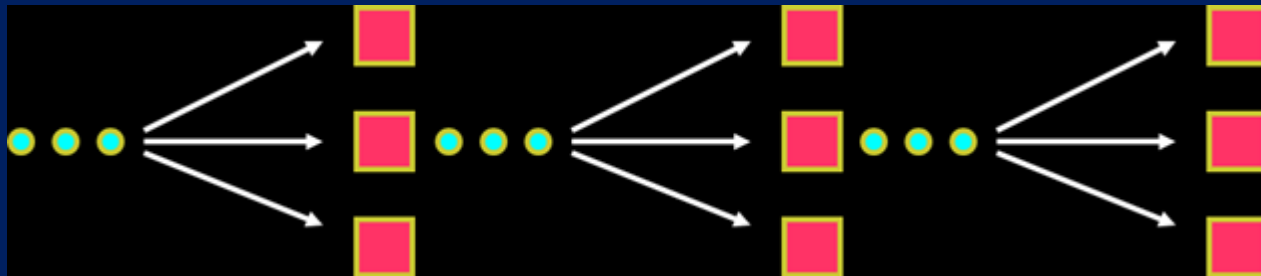


Rugalmas egyutas modell (Flexible Flow Shop)

A munkák operációinak száma és végrehajtási sorrendje minden munka esetében azonos.

Az operációkat rendre egy-egy párhuzamosan működő gépcsoport bármelyik gépén el lehet végezni.

Jelölése: $\alpha 1 = FF$



Többutas modell (Job Shop)

- Minden J_i ($i=1,2, \dots, n$) munka egy vagy több operációból állhat. Az operációk n_i darabszáma és végrehajtási sorrendje munkánként eltérő lehet.

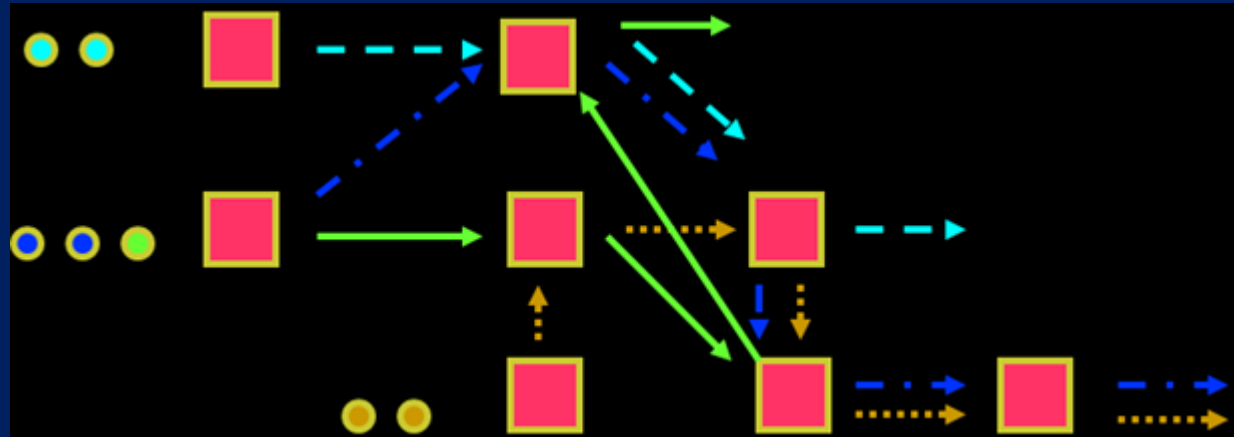
Adott J_i munka operációinak végrehajtási sorrendje

kötött: $O_{i,1} \rightarrow O_{i,2} \rightarrow \dots \rightarrow O_{i,n_i}$

Több gép állhat rendelkezésre.

Minden egyes operációt egy dedikált gép végezhet el.

- Jelölése: $\alpha_1 = J$



Rugalmas többutas modell (Flexible Job Shop)

A Job Shop modellhez képest az eltérés abban nyilvánul meg, hogy az operációkat rendre egy-egy párhuzamosan működő gépcsoport bármelyik gépén el lehet végezni.

Jelölése: $\alpha_1 = \text{FJ}$

Nyitott műhely modellje (Open Shop)

Hasonló a többutas modellhez (Job Shop), azzal a különbséggel, hogy a munkák operációinak végrehajtási sorrendjére nincs előírt korlátozás.

Minden egyes J_i ($i=1, 2, \dots, n$) munka operációi $O_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n_i$) tetszőleges sorrendben elvégezhetők.

Az ilyen feladatok megoldása során az ütemezéskor kell meghatározni az operációk sorrendjét is.

Jelölése: $\alpha_1 = O$

Vegyes műhely modell (Mixed Shop)

A munkák egy részére a J (Job Shop) más részére az O (Open Shop) modell előírásai érvényesek.

Jelölése: $\alpha_1 = X$

Általánosított műhely modell (General Shop)

- Minden egyes J_i ($i=1, 2, \dots, n$) munka több operációból állhat: $O_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n_i$).

Az n_i operációk száma munkánként eltérő lehet.

Több gép állhat rendelkezésre.

Minden egyes operációt egy adott gép végezhet el.

Jelölése: $\alpha_1 = G$

- A G modell speciális esetei az X, O, J, F modellek.

Többcélú gép (Multi-Purpose Machine)

Az ütemezési feladatok szempontjából egy adott gép egynél több operáció elvégzésére is alkalmas.

A rugalmas gyártórendszerekben gyakran egy adott gép több különböző szerszámot, készüléket, programot stb. használhat, így többféle operáció elvégzésére is alkalmas különböző időkben (átlapolódás nélkül). Az ilyen gépet az ütemezési feladatban többcélú gépnek nevezzük.

Jelölése: $\alpha 1 = \text{MPM}$

Példa:

Legyen $\mu_{i,j} \subset \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ azoknak a gépeknek a halmaza, amelyek alkalmasak a J_i munka $O_{i,j}$ operációjának végrehajtására.

Egy $M_x \in \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ gép MPM, ha van legalább két különböző $\mu_{i,j}$ és $\mu_{u,v}$ ($i \neq u$ vagy $j \neq v$) melyekre teljesül az, hogy $M_x \in \mu_{i,j} \cap \mu_{u,v}$.

A munkák végrehajtási jellemzői és korlátozásai

$\beta = \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \dots$

A szimbólumlista vesszővel elválasztott szimbólumokból áll. Minden szimbólumnak van saját jelentése.

A szimbólumok opcionálisan szerepelhetnek a listában. Amelyik szimbólum szerepel a listában annak jelentése vonatkozik a feladatra. A lista lehet üres is, ilyenkor nincs definiált jellemző vagy korlátozás.

A munkák végrehajtási jellemzői és korlátozásai

Az alapértelmezett jellemzők mindaddig érvényben vannak, amíg egy definiált szimbólum jelentésével meg nem változtatja. Ilyen alapértelmezett jellemzők például következők:

- egy gép egyszerre csak egy operációt végezhet,
- egy operációt egyszerre csak egy gép végezhet,
- az operációk nem szakíthatók meg,
- a munka az ütemezési időszak elejétől rendelkezésre áll,
- a munkák végrehajtása egymástól független stb.

Néhány gyakran alkalmazott β szimbólum és jelentése

- $pmtn$
(preemption) a munka végrehajtása megszakítható, majd később folytatható.
- $perm$
(permutation) a munkák sorrendje a gépek között nem változhat meg.
Példa: F modell esetében előzés nélküli végrehajtást jelent, vagyis minden gépen a munkák végrehajtási sorrendje ugyanaz.
- r_i
(release date) a munkák (első operációjának) legkorábbi indítására külön előírás vonatkozik, az adott időpontnál korábban akkor sem kezdhető el a munka végrehajtása, ha egyébként minden más feltétel teljesül.

Néhány gyakran alkalmazott β szimbólum és jelentése

- d_i
(due date) a munkák (utolsó operációjának) befejezésére külön előírás vonatkozik. Ennek speciális esete az, amikor a munkákra egy közös határidő vonatkozik, ilyenkor d szimbólum szerepel a listában.
- $p_i = 1$ ($p_{i,j} = 1$)
(processing time) a munkák operációinak műveleti idejére vonatkozó előírás:
egységnyi műveleti idő alatt teljesíthető minden operáció.

Néhány gyakran alkalmazott β szimbólum és jelentése

- s_i ($s_{i,l}$) ($s_{i,l,k}$)
(setup time) az operációk megkezdése előtt a gépeket megfelelően be kell állítani, a beállításra fordított időtartam nem hanyagolható el.
Példák:
 s_i az átállítás ideje csak a soron következő J_i munkától függ.
 $s_{i,k}$ az átállítás ideje az aktuális M_k géptől és a következő J_i munkától függ,
 $s_{i,j,k}$ az átállítás ideje az aktuális M_k géptől és az utolsó befejezett J_i munkától valamint a következő J_j munkától függ.
- A_i
(machine assignments) a munkák gépekhez rendelésére vonatkozó korlátozás, amely előírja a műveletvégzésre alkalmas gépek halmazát (pl.: párhuzamos gépek esetében).

Néhány gyakran alkalmazott β szimbólum és jelentése

- *prec*
(precedence) a munkák végrehajtásának sorrendjére szigorú előírás vonatkozik, amely általános alakban egy irányított, körútmentes gráffal jellemezhető $G=(V, A)$. A gráf csúcspontjai jelentik a munkákat $V=\{1,2, \dots, n\}$, az irányított élek a munkák között fennálló kötelező sorrendiséget adják meg: $(i, l) \in A$.
Az $i \rightarrow l$ jelentése: az J_i munka utolsó operációjának befejezése után kezdődhet a J_l munka első operációja.

Néhány gyakran alkalmazott β szimbólum és jelentése

Ennek az általános esetnek további speciális eseteit szokás megkülönböztetni és önálló szimbólummal jelölni:

- *intree*

A G gráf egy gyökeres fa, amelynek minden csúcspontjának kifoka (a belőle induló élek száma) legfeljebb egy.

- *outtree*

A G gráf egy gyökeres fa, amelynek minden csúcspontjának befoka (az oda vezető élek száma) legfeljebb egy.

Néhány gyakran alkalmazott β szimbólum és jelentése

- *tree*

A G gráf vagy egy *intree* vagy egy *outree*.

- *chains*

A G gráf élek láncolatának halmaza, minden csúcsnak a befoka és a kifoka is legfeljebb egy.

- *sp-graph*

A G gráf egy soros-párhuzamos gráf, amely részgráfokból rakható össze párhuzamos vagy soros kapcsolással.

Párhuzamos kapcsolással: $G = (V_1 \cup V_2, A_1 \cup A_2)$.

Soros kapcsolás: $G = (V_1 \cup V_2, A_1 \cup A_2 \cup T_1 \times S_2)$, $T_1 \subseteq V_1$, $S_2 \subseteq V_2$.

Jellegzetes ütemezési célfüggvények

Definíciók és jelölések:

Alapadatok:

Munkák (jobs): J_i ($i=1, \dots, n$)

Határidők (due date): d_i

Ütemezéstől függő jellemzők:

Tényleges indítási időpontok (Start time): R_i jelöli a J_i munka első operációjának indítási időpontját.

Befejezési időpontok (Completion time): C_i jelöli a J_i munka utolsó operációjának befejezési időpontját.

Jellegzetes ütemezési célfüggvények

- Átfutási idő (Flow time): $F_i = C_i - R_i$
- Késés (Lateness): $L_i = C_i - d_i$
- Csúszás (Tardiness): $T_i = \max\{0, L_i\}$
- Sietés (Earliness): $E_i = \max\{0, -L_i\}$
- Egységnyi büntetés (Unit penalty): $U_i = \begin{cases} 1 & \text{ha } C_i > d_i \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$

Egy ütemezési célfüggvény egy számítási eljárás, amely egy ütemterv adott szempont szerinti minőségét fejezi ki numerikus formában. A célfüggvények által eredményül adott értékek teszik lehetővé az ismert ütemtervek (megoldások) értékelését és összehasonlítását.

Jellegzetes ütemezési célfüggvények

Az előzőekben példaként feltüntetett jellemzők ($C_i, F_i, L_i, T_i, E_i, U_i$) bármelyikét G_i helyett beírva a következő képletekbe megkaphatjuk a munkákhoz kapcsolódó legfontosabb célfüggvényeket:

Legnagyobb (maximum): $\gamma = \max_{i=1}^n \{G_i\}$

Összeg (total): $\gamma = \sum_{i=1}^n G_i$

Átlag (average): $\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n G_i}{n}$

Jellegzetes ütemezési célfüggvények

Abban az esetben, ha meg akarjuk különböztetni a munkákat fontosságuk alapján, prioritásértékeket (vagy súlyokat) rendelhetünk hozzájuk, és ezeket figyelembe vehetjük a célfüggvények számítása során.

Legnagyobb (maximum): $\gamma = \max_{i=1}^n \{w_i G_i\}$

Összeg (total): $\gamma = \sum_{i=1}^n w_i G_i$

Átlag (average): $\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n w_i G_i}{n}$

Néhány határidőhöz nem kapcsolódó gyakran használt célfüggvény

Legkésőbbi befejezési időpont (Makespan): $C_{max} = \max_{i=1}^n \{C_i\}$

Befejezési időpontok összege: $C_{sum} = \sum C_i = \sum_{i=1}^n C_i$

Végrehajtási idő (Execution time): $E_t = \max_{i=1}^n \{C_i\} - \min_{i=1}^n \{R_i\}$

Néhány gyakran használt határidőhöz kapcsolódó konkrét célfüggvény

A legnagyobb csúszás (the maximum tardiness): $T_{max} = \max_{i=1}^n \{T_i\}$

A csúszások összege (total tardiness): $T_{sum} = \sum T_i = \sum_{i=1}^n T_i$

A késő munkák száma (the number of tardy jobs): $U_{sum} = \sum_{i=1}^n U_i$

A súlyozott termelési pontosság (weighted production timeliness):

$$P_t = \sum_{i=1}^n u_i * E_i + \sum_{i=1}^n v_i * T_i$$

Az u_i és a v_i nemnegatív valós számok, melyek a J_i munka sietésének és csúszásának súlyait jelölik.

Köszönöm a figyelmet!

Az előadásvázlat elérhető az alábbi webcímen:

<http://ait.iit.uni-miskolc.hu/~kulcsar/servo7.htm>