Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Alkalmazott Informatikai Tanszék

DTFSZTIR

Diszkrét termelési folyamatok számítógépes tervezése és irányítása

2012/13 2. félév

9. Előadás

Dr. Kulcsár Gyula
egyetemi docens

Matematikai modellek a termelés tervezésében és irányításában

Néhány fontosabb modell és módszer:

- lineáris programozás
- diszkrét programozás
  - hátizsák feladat
  - az utazó ügynök feladata
  - hozzárendelési feladat
- termelésprogramozási módszerek (gyakorlaton ismertetett algoritmusok)

Lineáris programozás

Alkalmazási példák:

1. Egy gyár bizonyos időszakra szóló termelési feladatának meghatározása
   - gyártott mennyiségek meghatározása terméktípusonként
   - erőforráskorlátok és egyéb korlátozások betartása
   - elérhető profit maximalizálása
2. Technológiai folyamat-alternatívák kiválasztása
   - technológiai folyamat-alternatívák kijelölése feladatonként
   - kapacitáskorlátok és egyéb korlátozások betartása
   - összköltség minimalizálása

Lineáris programozás

Matematikai alapmodell:

x_j változók (valós számok),
c_j, b_i, a_{ij} konstansok (valós számok),
n, m konstansok (természetes számok)

$$\boxed{\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max\\&\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \, (i = 1,2,\dots, m)\\&x_j \ge 0 \, (j = 1,2,\dots, n)\end{aligned}}$$

Lineáris programozás

1. Egy gyár bizonyos időszakra szóló termelési feladatának meghatározása

Matematikai alapmodell értelmezése:

j	a terméktípus azonosítója
x_j	a j. terméktípusból gyártandó mennyiség
n	a terméktípusok száma
c_j	a j. terméktípus egységnyi gyártott mennyiségén keletkező haszon
i	az erőforrástípus azonosítója
a_{ij}	a j. terméktípus egységnyi gyártásához szükséges erőforrásigény az i. erőforrástípus esetén
b_i	az i. erőforrástípus kapacitáskorlátja
m	az erőforrástípusok száma

További feltételek is figyelembe vehetők,
a feladat lényege nem változik.

Lineáris programozási feladatok megoldása Matlab segítségével

Modell:

$$\min_{x} f^T x \text{ such that } \begin{cases} A \cdot x \le b, \\ Aeq \cdot x = beq, \\ lb \le x \le ub. \end{cases}$$

`f, x, b, beq,`

`A, Aeq mátrixok.`

Megoldás:

```
x = linprog(f,A,b)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
[x,fval] = linprog(...)
```

Nemfolytonos modellek

Nemfolytonos modell:

a feladatban az ismeretlenek egy része, vagy az összes ismeretlen csak diszkrét értékeket vehet fel.

Megkülönböztethető

- tiszta diszkrét típusú,
- vegyes diszkrét típusú modell.

Alkalmazásuk indokai:

- Bizonyos változók esetében a folytonos érték nem értelmezhető (pl.: nem osztható termékek gyártási mennyisége, sorozatnagysága stb.).
- A folytonos optimum kerekítésével kapott érték távol eshet a diszkrét optimumtól.
- Minőségi és mennyiségi döntések szétválasztása.

Diszkrét programozás

Tipikus példa az ún. Hátizsák feladat:

- csődarabolás
- szűkkeresztmetszet vizsgálata (gyártás, logisztika stb.)

A Hátizsák feladat matematikai alapmodellje:

x_j változók (bináris számok),

c_j, a_j, n, b konstansok (természetes számok)

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \le b$$

$$x_j \in \{0,1\} \, (j = 1,2,\dots,n)$$

Diszkrét programozás (folyt.)

Továbbfejlesztett modell:

- x_j változók
- c_j, a_{ij}, b_i, n, m konstansok
- x, c, b vektorok
- A mátrix
- B_n n-elemű bináris vektorok halmaza

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = 1,2,\ldots,m)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad (j = 1,2,\ldots,n)$$

$$c^T x \to \max$$

$$Ax \le b$$

$$x \in B_n$$

Vegyes diszkrét programozás

Általánosított modell:

n, m konstansok

x, y, c, d, b vektorok

A, B mátrixok

$$\boxed{\begin{array}{l} c^T x + d^T y \to \max \\ Ax + By \le b \\ x_i \ge 0 (i = 1,2,\ldots, n) \\ y \in B_n \end{array}}$$

Az utazó ügynök feladata

Tipikus példa:

- Termelésütemezés (gépátállítási idők)
- Anyagmozgatás (szállítási idők)

$$P = (i_1, i_2, \ldots, i_n, i_{n+1} = i_1)$$

$$\min_P \sum_{j=1}^{n} c_{i_j i_{j+1}}$$

Az utazó ügynök módosított feladata

Tipikus példa:

- Termelésütemezés (gépátállítási idők és műveleti idők)
- Anyagmozgatás (szállítási idők és szállítási korlátok)

$$P_1, P_2, \ldots, P_m$$

$$\bigcup_{k=1}^{m} P_k = \{1, \ldots, n\}$$

$$P_l \bigcap P_k = \{i_0\} \text{és} l \neq k$$

$$\sum_{j \in P_k} q_j \leq G \min den(k = 1,2,\ldots, m)$$

$$\min_{(P_1,\ldots,P_m)} \sum_{k=1}^{m} D_k$$

Hozzárendelési feladat

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \min \mathrm{den} (i = 1,2,\ldots, n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \min \mathrm{den} (j = 1,2,\ldots, n)$$