



Miskolci Egyetem  
Gépészmérnöki és Informatikai Kar  
Alkalmazott Informatikai Tanszék

---

**DTFSZTIR**

**Diszkrét termelési folyamatok  
számítógépes tervezése  
és irányítása**

Dr. Kulcsár Gyula  
egyetemi docens



# Informatikai infrastruktúra fejlődése

---

- Decentralizált
- Centralizált
- Lazán csatolt
- Kliens/szerver
- Háromrétegű kliens/szerver
- Többretegű kliens/szerver

# Kliens/szerver infrastruktúra

## Vékony (gyenge) kliens modell

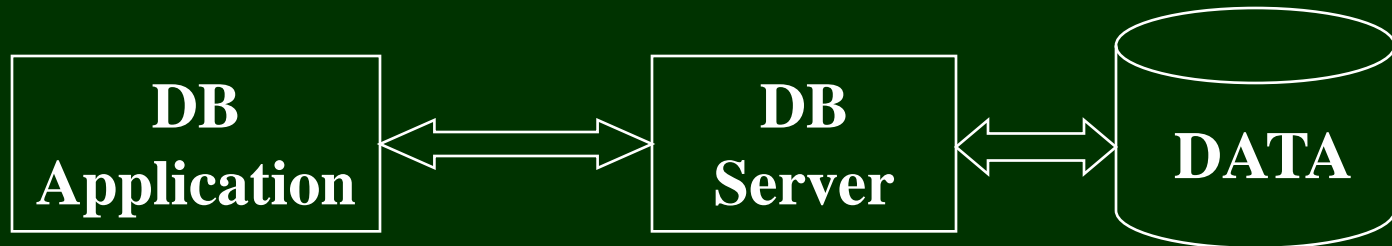


## Vastag (erős) kliens modell



# Tipikus kliens/szerver architektúrák

---

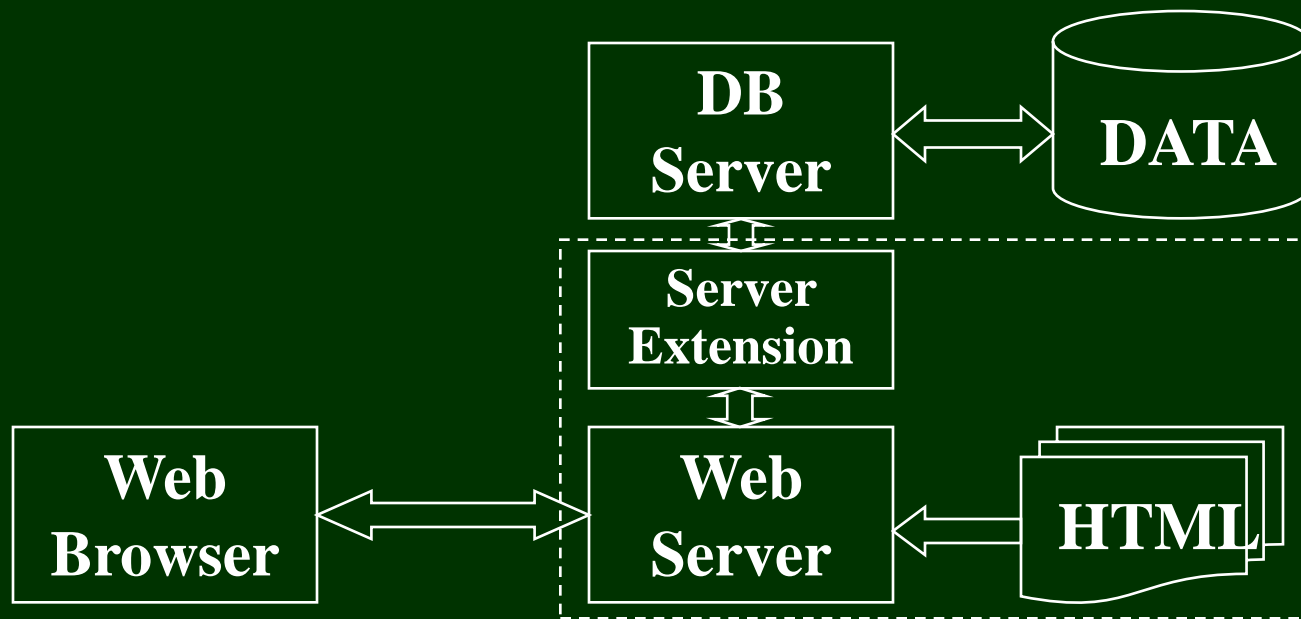


# Háromrétegű kliens/szerver infrastruktúra

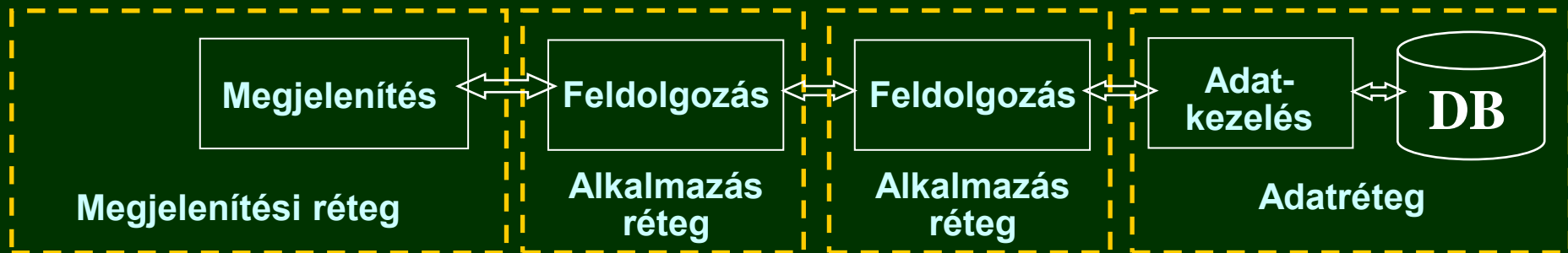
---



# Tipikus háromrétegű Web-DB alkalmazás

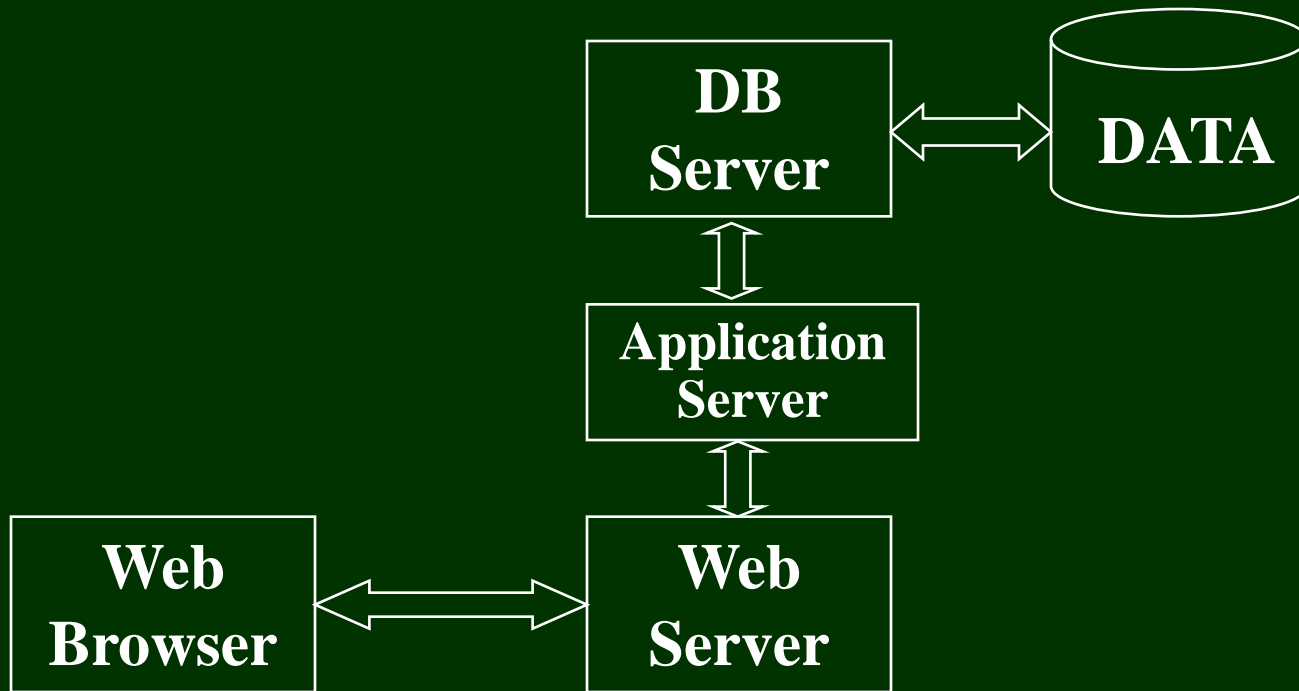


# Többrétegű kliens/szerver infrastruktúra

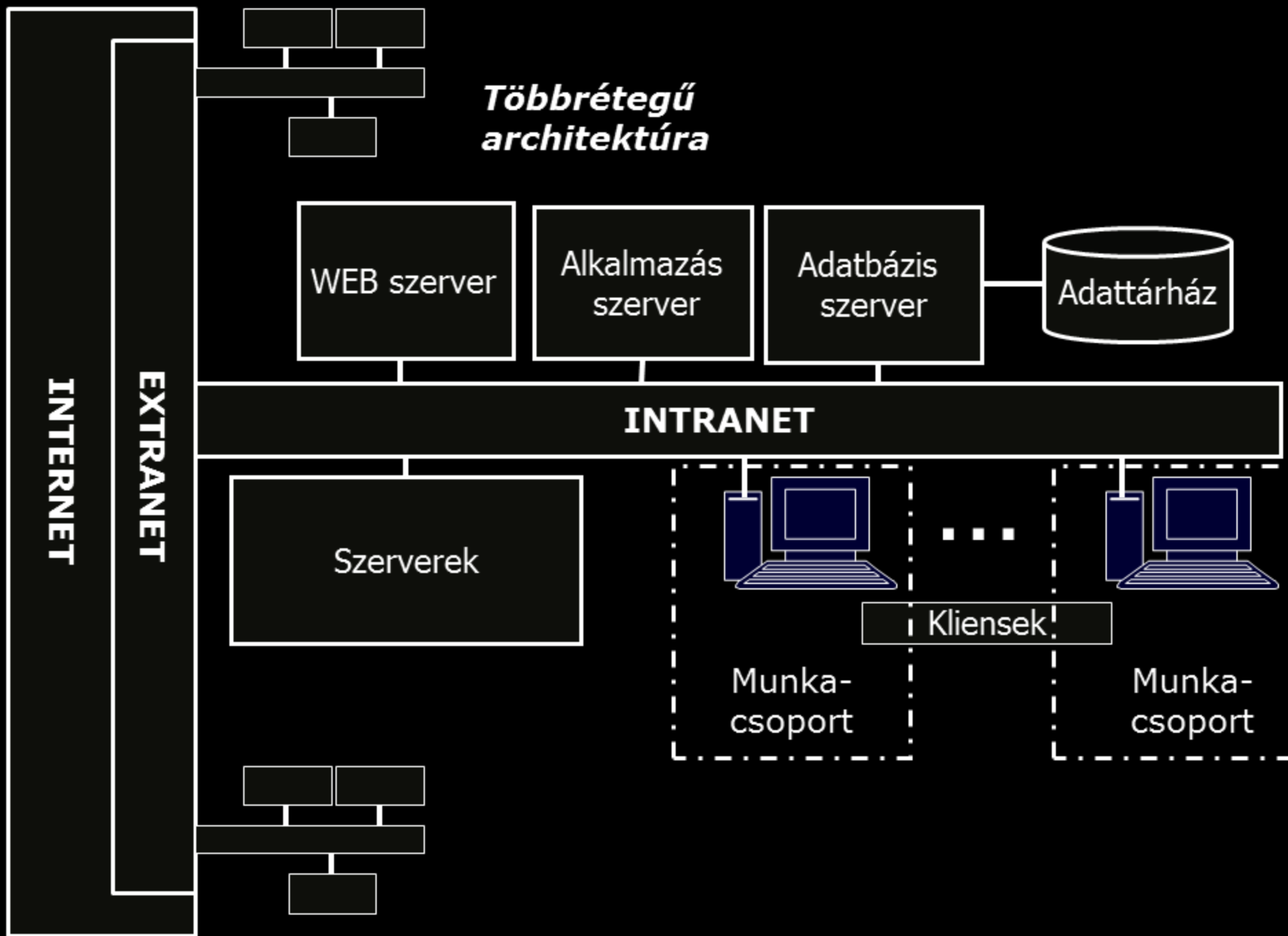


# Tipikus többrétegű architektúra

---







# Matematikai modellek a termelés tervezésében és irányításában

---

## Néhány fontosabb modell és módszer:

- lineáris programozás
- diszkrét programozás
  - hátizsák feladat
  - az utazó ügynök feladata
  - hozzárendelési feladat
- termelésprogramozási módszerek (gyakorlaton ismertetett algoritmusok)

# Lineáris programozás

---

Alkalmazási példák:

1. Egy gyár bizonyos időszakra szóló termelési feladatának meghatározása
  - gyártott mennyiségek meghatározása terméktípusonként
  - erőforráskorlátok és egyéb korlátozások betartása
  - elérhető profit maximalizálása
2. Technológiai folyamat-alternatívák kiválasztása
  - technológiai folyamat-alternatívák kijelölése feladatonként
  - kapacitáskorlátok és egyéb korlátozások betartása
  - összköltség minimalizálása

# Lineáris programozás

---

Matematikai alapmodell:

$x_j$  változók (valós számok),  
 $c_j, b_i, a_{ij}$  konstansok (valós számok),  
 $n, m$  konstansok (természetes számok)

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

# Lineáris programozás

---

## 1. Egy gyár bizonyos időszakra szóló termelési feladatának meghatározása

Matematikai alapmodell értelmezése:

$j$  a terméktípus azonosítója

$x_j$  a  $j$ . terméktípusból gyártandó mennyiség

$n$  a terméktípusok száma

$c_j$  a  $j$ . terméktípus egységnyi gyártott mennyiségén keletkező haszon

$i$  az erőforrástípus azonosítója

$a_{ij}$  a  $j$ . terméktípus egységnyi gyártásához szükséges erőforrásigény az  $i$ . erőforrástípus esetén

$b_i$  az  $i$ . erőforrástípus kapacitáskorlátja

$m$  az erőforrástípusok száma

További feltételek is figyelembe vehetők,  
a feladat lényege nem változik.

# Lineáris programozási feladatok megoldása Matlab segítségével

---

Modell:

$f$ ,  $x$ ,  $b$ ,  $beq$

$A$ ,  $Aeq$  mátrixok.

$$\min_x f^T x \text{ such that } \begin{cases} A \cdot x \leq b, \\ Aeq \cdot x = beq, \\ lb \leq x \leq ub. \end{cases}$$

Megoldás:

```
x = linprog(f,A,b)
```

```
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq)
```

```
x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

```
[x,fval] = linprog(...)
```

# Nemfolytonos modellek

---

Nemfolytonos modell:

a feladatban az ismeretlenek egy része,  
vagy az összes ismeretlen  
csak diszkrét értékeket vehet fel.

Megkülönböztethető

- tiszta diszkrét típusú,
- vegyes diszkrét típusú modell.

Alkalmazásuk indokai:

- Bizonyos változók esetében a folytonos érték nem értelmezhető (pl.: nem osztható termékek gyártási mennyisége, sorozatnagysága stb.).
- A folytonos optimum kerekítésével kapott érték távol eshet a diszkrét optimumtól.
- Minőségi és mennyiségi döntések szétválasztása.

# Diszkrét programozás

---

Tipikus példa az ún. Hátizsák feladat:

- csődarabolás
- szűk keresztmetszet vizsgálata (gyártás, logisztika stb.)

A Hátizsák feladat matematikai alapmodellje:

$x_j$  változók (bináris számok),

$c_j, a_j, n, b$  konstansok (természetes számok)

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

$$x_j \in \{0,1\} (j = 1,2,\dots,n)$$



# Diszkrét programozás (folyt.)

Továbbfejlesztett modell:

$x_j$  változók

$c_j, a_{ij}, b_i, n, m$  konstansok

$x, c, b$  vektorok

$A$  mátrix

$B_n$   $n$ -elemű bináris vektorok halmaza

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$c^T x \rightarrow \max$$

$$Ax \leq b$$

$$x \in B_n$$

# Vegyes diszkrét programozás

---

Általánosított modell:

$n, m$  konstansok

$x, y, c, d, b$  vektorok

$A, B$  mátrixok

$$c^T x + d^T y \rightarrow \max$$

$$Ax + By \leq b$$

$$x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$y \in B_n$$

# Az utazó ügynök feladata

---

Tipikus példa:

- Termelésütemezés (gépátállítási idők)
- Anyagmozgatás (szállítási idők)

$$P = (i_1, i_2, \dots, i_n, i_{n+1} = i_1)$$

$$\min_P \sum_{j=1}^n c_{i_j i_{j+1}}$$

# Az utazó ügynök módosított feladata

Tipikus példa:

- Termelésütemezés (gépatállítási idők és műveleti idők)
- Anyagmozgatás (szállítási idők és szállítási korlátok)

$$P_1, P_2, \dots, P_m$$

$$\bigcup_{k=1}^m P_k = \{1, \dots, n\}$$

$$P_l \cap P_k = \{i_0\} \text{ és } l \neq k$$

$$\sum_{j \in P_k} q_j \leq G \text{ min den } (k = 1, 2, \dots, m)$$

$$\min_{(P_1, \dots, P_m)} \sum_{k=1}^m D_k$$

# Hozzárendelési feladat

---

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \text{ min den}(i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \text{ min den}(j = 1, 2, \dots, n)$$